PROYECTO TRADUCCION DE A FIRST COURSE IN LINEAR ALGERA

Ejecicio C40 (solucion)

Comience con una matriz de la representación R, cualquier matriz de la representación, pero utilizando la misma base para ambos Casos de S_{22}. Vamos a elegir una base que hace fácil calcular los vectores representaciones en S_{22}

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Entonces el resultado de la representacion de la matriz de R (Definition MR [531]) es

$$M^{R}_{B,B} = \begin{pmatrix} -5 & 2 & -3 \\ -12 & 5 & -6 \\ 6 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Ahora, calcular los valores propios y vectores propios de esta matriz, con el objetivo de diagonalizar la matriz (Theorem DC [431]),

$$\lambda = 2 \quad \mathcal{E}_{M^{R}_{B,B}}(2) = \left\langle \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \right\rangle$$

$$\lambda = 1 \quad \mathcal{E}_{M^{R}_{B,B}}(1) = \left\langle \left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \right\rangle$$

Los tres vectores que se producen como base los elementos de estos espacios propios que, unidos, forman un conjunto linealmente independientes (no te pierdas esto!). Por lo tanto, estos vectores de la columna pueden ser empleados en una matriz que se diagonalize La matriz de la representación. Si nosotros "des-coordinatize" esos tres vectores de la columna relativa a la base B, vamos a encontrar tres elementos linealmente independientes de los S_{22} que son vectores propios de la transformación lineal R. (Theorem EER [576]).Una matriz de la representación en relación con esta base de vectores propios será en diagonal, con Los valores propios ($\lambda = 2, 1$), como los elementos diagonales. Aquí vamos,

$$\rho_B^{-1}\left(\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \right) = (-1)\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + (-2)\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + (1)\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rho_B^{-1}\left(\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \right) = (-1)\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + (0)\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + (2)\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\rho_B^{-1}\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = (1)\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + (3)\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + (0)\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, pidió a la base del S_{22}, la obtención de una matriz diagonal representación de la R, es

$$\left\{ \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \right\}$$